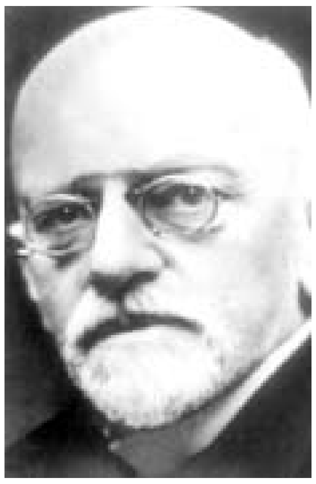
¿CRISIS? ¿QUÉ CRISIS?

A comienzos del siglo XX, el mundo de las matemáticas, tan seguro de sí mismo durante tantos siglos, comenzó a tambalearse. Un nivel de abstracción nunca antes concebido, nuevos descubrimientos en el seno de las matemáticas que doblegaban el sentido común y la intuición, los significativos avances de la lógica de finales del siglo XIX y otras influencias, llevaron a la comunidad matemática a preguntarse: ¿Qué fiabilidad tiene nuestro bagaje matemático? ¿Hasta dónde podremos llegar? ¿Vamos por el buen camino en la exploración del universo matemático?

por Lolita Brain



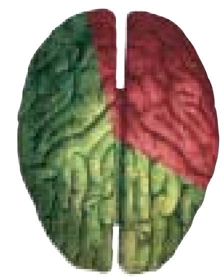
David Hilbert (1862-1943)

Hilbert es uno de los más profundos matemáticos de todos los tiempos y un promotor de las reformas de comienzos del siglo XX. Formal y audaz, concibió un ambicioso programa de formalización de la matemática en el que el rigor y la precisión fueran sus principios capitales. Revolucionó el *I* Congreso Mundial de Matemáticos celebrado en París en 1900 con su propuesta de *23 problemas pendientes de la matemática* como ejercicio para los matemáticos del siglo XX. Sus problemas eran tan ambiciosos como este: ¿Existirá un proceso mecánico que permita resolver cualquier problema propuesto por las matemáticas? Sus *ejercicios* conmovieron a la comunidad matemática proporcionándoles inspiración para más de un siglo.

COMPLETITUD

Lo peor que te puede pasar al hacer un puzzle es que falte una pieza. Cuando en un sistema formal todas las verdades se pueden demostrar y por tanto saber que son verdades, se dice que es COMPLETO. Sería bonito saber que todo lo que podamos conocer de los números será alcanzable, que es sólo una cuestión de tiempo encontrar las verdades.

INDEPENDENCIA



Disponer de piezas repetidas en un puzzle es una circunstancia inútil. No sirve para nada. En los sistemas axiomáticos se exige que los axiomas sean independientes entre sí y que por tanto si quitamos uno de ellos la teoría no será la misma. Además, eso garantiza que un axioma no se pueda obtener de los restantes.

Como respuesta a los problemas lógicos que se cuestionaron los matemáticos de esta época, surgieron tres corrientes dentro de las matemáticas que entendían el origen, la fundamentación y los mecanismos válidos de las matemáticas de tres modos muy distintos. Son los INTUICIONISTAS, que no creen que se pueda afirmar nada de cosas infinitas; los FORMALISTAS, que confian en la libertad de los sistemas axiomáticos, y los LOGICISTAS que imaginan las matemáticas como una parte de la lógica.

Qué pensarías si en las matemáticas pudiera ser cierto a la vez que *2+2 =4* y que *2+2=5*? ¿Confiarías en los restantes resultados que se obtuvieran de sus teorías? Seguro que no. Por ello en un sistema axiomático CONSISTENTE no puede ser verdadera una proposición y la contraria, como decir que *"el 4 es par y también es impar"*.

CONSISTENCIA

INTUICIONISTAS

El intuicionismo se atribuye al holandés Brouwer, que piensa que ***las ideas matemáticas aparecen inicialmente por intuición humana de tal modo que no es posible definirlos por una serie de axiomas***. El intuicionismo no creía que ***"Si A no es verdad, entonces NO A ha de ser verdadero"***. No aceptan que pueda probarse nada para infinitas cosas. Por ejemplo ellos no dicen que ***"Todo número par es suma de dos impares"***.

Luitzen E. Jan Brouwer (1881-1966)

FORMALISTAS

Los formalistas son la corriente liderada por Hilbert. Defienden un modelo de matemáticas en el que el sistema axiómático riguroso es la base de todas las teorías. Se llega al extremo de que "cualquier" cosa que cumpla los axiomas se debe considerar un modelo de la teoría. John von Neumann fue uno de los seguidores del rigor formalista de Hilbert.

John von Neumann (1903-1957)

LOGICISTAS

GOTTLOB FREGE fue el creador de esta corriente de pensamiento que pretende reducir el conocimiento matemático a la lógica formal, ausente de contenidos. B. Russell y Whitehead dedicaron diez años a escribir los ***Principia Matemathicae***, la culminación del logicismo. La TEORÍA DE CLASES de Russell surge para ***"reparar"*** los errores de la teoría de Frege.

Bertrand Russell (1903-1957)

LA *BOMBA* INESPERADA

Kurt Gódel (1906-1978)

Uno de los problemas que interesaban en especial a Hilbert era si es posible resolver todo problema propuesto en el seno de las matemáticas. Además su programa proponía que ***se intentara probar que existe un procedimiento por el cual pudiera saberse si una afirmación matemática puede o no ser demostrada***, es decir, si un problema dado tiene o no solución. ¡Que equivocado estaba Hilbert! Un joven ingeniero austriaco, KURT GÖDEL, estaba convencido de que Hilbert se equivocaba y en su tesis doctoral conmocionó al mundo de los lógicos y los matemáticos con su famosísimo ***Teorema de Incompletitud***. Dio con argumentos muy simples y de un modo relativamente sencillo, respuesta a la gran cuestión de Hilbert. Y era tajante: NO, no es posible averiguar si todo lo que se diga en matemáticas es o no verdadero. Es decir, las matemáticas NO eran completas. Había resultados que nunca sabremos si son o no verdaderos. Nunca. A menos que se admitan las contradicciones. Lo que es aún peor.

Kurt Gödel con Einstein en Princeton (1950)

EL TEOREMA DE COMPLETITUD

Este teorema fue propuesto y demostrado por Kurt Gödel en el año 1931. El teorema, básicamente, esta compuesto de dos partes:

En la primera, Gödel establece que cualquier teoría **consistente** que se base en las matemáticas es **incompleta**, es decir, contiene proposiciones tales que ni la proposición en sí ni su negación se pueden demostrar.

En la segunda, Gödel afirma que tal teoría no puede averiguar su propia consistencia (ausencia de contradicciones).

El programa de Hilbert había hecho aguas.

lolitabrain@hotmail.com