

CUATRO COLORES BASTAN



El Teorema de los Cuatro Colores no fue demostrado hasta 1976, siendo hasta esa fecha una de las conjeturas más famosas de las matemáticas. Surgida de una pregunta trivial realizada por un alumno a su profesor en 1734, mantuvo en vilo a los matemáticos más famosos de todos los tiempos. Su demostración, en cualquier caso, fue posible con la colaboración de un ordenador.

por Lolita Brain

UN POCO DE HISTORIA

No parece que el problema de los cuatro colores tenga origen cartográfico. Las primeras referencias aluden al joven FRANCIS GUTHRIE, quien realizando un mapa de Inglaterra, observó que sólo necesitaba cuatro colores. Se preguntó entonces si sólo serían necesarios cuatro colores para pintar cualquier mapa. Su hermano Frederick, a la sazón alumno del gran lógico británico DE MORGAN, le trasladó la pregunta al maestro, quien, en 1852, desesperado por no poder encontrar una respuesta, escribió al también famosísimo HAMILTON, que tampoco pudo dar con la solución. De esta guisa el problema llega a manos del no menos importante CAYLEY, del que data la primera referencia escrita a la CONJETURA del Mapa de los Cuatro Colores, haciéndose famosa entre la comunidad matemática.



Francis Guthrie

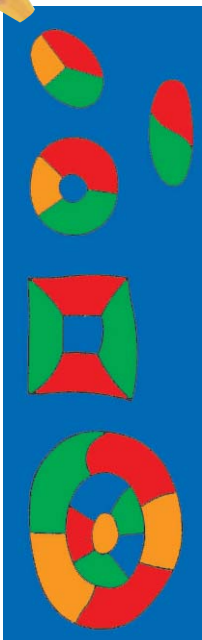


Augustus De Morgan (1806-1871)

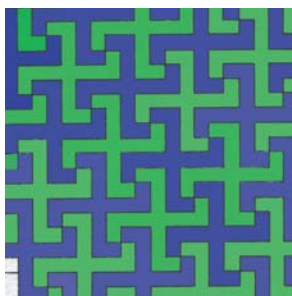
En 1878 KEMPE anunció en la revista *Nature* que tenía una prueba de la veracidad de la conjetura... pero 11 años después, HEAWOOD encontró un fatídico error en la demostración de KEMPE que la invalidaba. TAIT dio en 1880 otra prueba falsa -reconocida como tal en 1891-. Sin embargo, los errores de ambos abrieron nuevos caminos de investigación. No fue hasta 1976 cuando APPEL y HAKEN dieron la primera demostración de la veracidad de la conjetura con ayuda de un potente ordenador que procesó en 2.000 horas todos los posibles mapas que se sabían se podían trazar. Era la primera vez que se necesitaba un ordenador para finalizar una demostración. La conjetura era, por fin, un teorema, y la intuición de FRANCIS GUTHRIE, correcta.



Arthur Cayley (1821-1895)



Cuando se estudian los mapas en matemáticas, se modelizan para resaltar lo fundamental: los vértices y las fronteras. ¿Encuentras parecidos entre los modelos de arriba y los mapas reales?



Si observas el mapa superior "casi" todo él se puede iluminar con sólo dos colores... excepto el "país" o porción inferior izquierda. Observa que hay un vértice impar ya que en él concurren tres fronteras.

El problema de cómo colorear un mapa es un problema TOPOLÓGICO, porque se refiere a las posiciones relativas de los puntos de un cuerpo, no de sus distancias que los separan. Las figuras que son TOPOLÓGICAMENTE EQUIVALENTES son las que se pueden transformar unas en otras por estiramiento pero sin rotura -como si las figuras fueran de plastilina-. Los problemas topológicos tienen la misma solución en figuras equivalentes. Por ejemplo, los mapas en el plano y en una esfera necesitan sólo cuatro colores, porque son figuras equivalentes topológicamente. En cambio, una rosquilla (un TORO en matemáticas) no es equivalente a una esfera. De este modo, en un mundo imaginario con forma de donut, necesitaríamos hasta siete colores para poder pintar cualquier mapa sobre su superficie.

El caso más trivial es el de un mapa como el australiano. Dos colores nos bastan (¡no olvides el mar!)



Incluso para casos extremos como Zambia, con frontera común con 8 países, o de Austria, con 7 países fronterizos, se pueden usar sólo cuatro colores. ¿Te atreves a intentarlo?

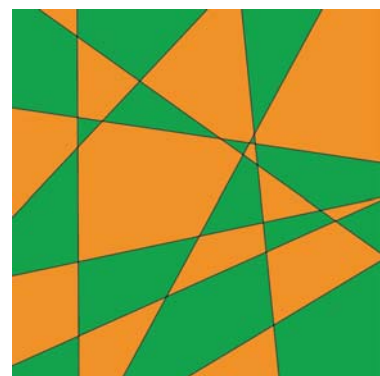


Para Nueva Guinea necesitaremos tres colores.

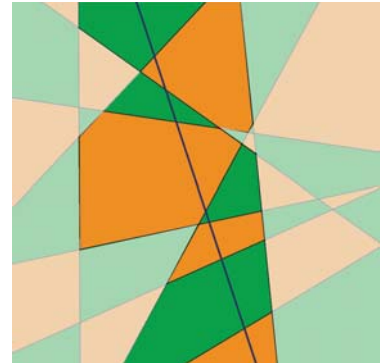
El Teorema de los Cuatro Colores afirma que para pintar cualquier mapa dibujado sobre un plano o sobre una esfera, de modo que dos países con frontera común no compartan el mismo color, sólo son necesarios cuatro colores. Ni uno más, ni uno menos.



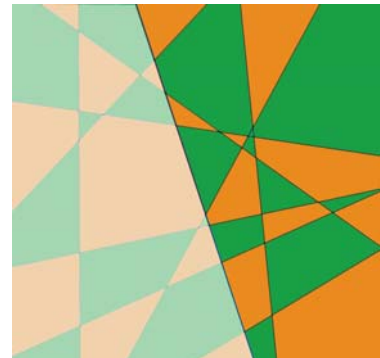
En TOPOLOGÍA, pequeños cambios en un problema cambian su dificultad de un modo asombroso. Por ejemplo, si los mapas estuvieran formados sólo por líneas rectas -como el de la ilustración- con sólo dos colores se pueden pintar todos. Y además es un teorema "sencillo".



Puedes hacerte una idea del porqué del siguiente modo: si disponemos de un mapa trazado sólo con rectas y trazamos una más, verás que todos los países que han sido cruzados por ella, tienen ahora una frontera con otro país del mismo color.



Basta escoger una de las dos mitades del plano debida a la recta trazada, y cambiar los colores de todos los países que estén del mismo lado de la recta (en el mismo semiplano), como si hicieras un negativo. ¡Y ya está coloreado con sólo dos colores!



EL TEOREMA BICOLOR: UN MAPA SE PUEDE PINTAR CON SÓLO DOS COLORES SI TODOS LOS VÉRTICES SON DE CLASE PAR, ES DECIR, LLEGAN UN NUMERO PAR DE FRONTERAS A CADA VÉRTICE

