

EL PADRE DEL ÁLGEBRA

Si por alguna razón la matemática es conocida, si existe algún concepto matemático que goce de general conocimiento y respeto, éste es el de ecuación. El término en sí recoge tantas y tan distintas acepciones que han cambiado a lo largo de la Historia que resulta imposible poder englobar todo lo que se dice y se ha dicho sobre las ecuaciones en una sola definición. En el origen de su tratamiento sistemático se haya una palabra mágica: el álgebra. Símbolo de generalidad y abstracción y por ello, de utilidad.

por Lolita Brain



ABU JA'FAR MUHAMMAD IBN MUSA AL-KHWARIZMI (HACIA 780 - 850)

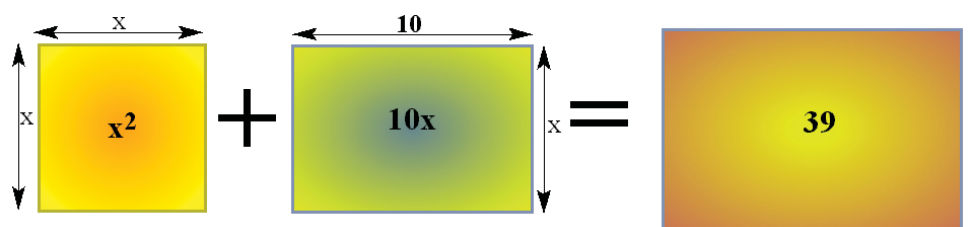
EL PADRE DEL ÁLGEBRA

El **ÁLGEBRA** es el corazón de la matemática. Salpica todos sus rincones. En su origen, nace como respuesta a la necesidad de resolver ecuaciones sistemáticamente. Es decir, cómo la búsqueda de mecanismos que permitan solucionar problemas que aparecen una y otra vez bajo la misma forma, y a los que se debe proporcionar idénticas procedimientos de resolución. Al-Khwarizmi fue un brillante astrónomo y bibliotecario de la Casa de la Sabiduría y del Observatorio Astronómico de Bagdad. Su brillantez reside en reconocer la similitud formal de múltiples fenómenos y dar solución común a ellos.

¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

La definición de ecuación puede ser tan simple como *una igualdad en la que algunos términos son desconocidos*. Resolver la ecuación significa por tanto, encontrar los valores de esos términos desconocidos. Sin embargo hay tantos tipos de ecuaciones que esta definición no basta, aunque es perfectamente válida para la época de Al-Khwarizmi. Desde tiempos de los babilonios, el hombre se planteó problemas cotidianos en los que debía encontrarse algún valor numérico. El álgebra aparece cuando esos problemas particulares se estudian con una visión generalista. Hasta bien entrado el siglo XVI, las ecuaciones tenían un significado geométrico heredado de los griegos.

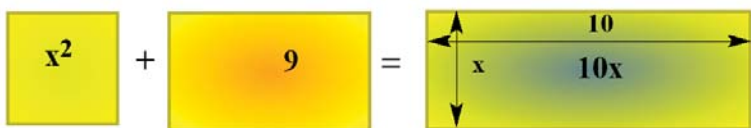
$$x^2 + 10x = 39$$



La ecuación anterior se interpreta geoméricamente del siguiente modo: un cuadrado de lado desconocido, x , tiene una superficie que mide x^2 . Un rectángulo que tuviera un lado como el del cuadrado, x , y el otro de 10 unidades tendría de área de $10x$. Así pues las áreas de esas dos figuras debe resultar igual a 39. El problema es determinar el lado del cuadrado original.

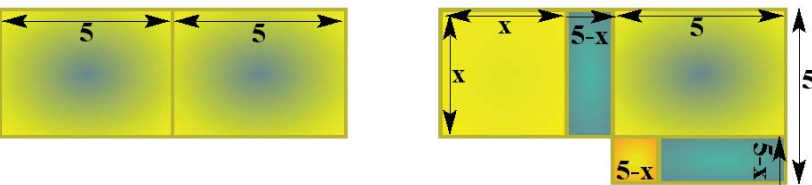
OTRO CASO

Al-Khwarizmi clasifica las ecuaciones de segundo grado en seis tipos distintos. Estudia cada caso de modo separado. Aunque nosotros no las catalogamos de igual forma, se hizo así hasta el siglo XVI.



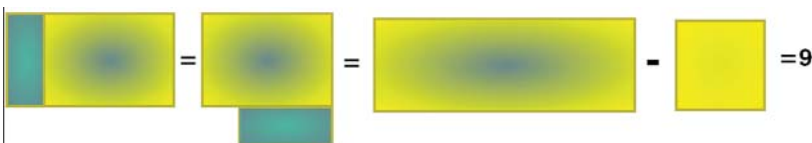
$$x^2 + 9 = 10x$$

Partimo de la versión geométrica de la ecuación, *distinta* de la anterior.



Dividimos el rectángulo $10x$ en dos partes iguales.

Obtenemos de una mitad el cuadrado amarillo x^2 . Formamos un cuadrado agregando el rectángulo azul y el cuadrado naranja a la otra mitad.



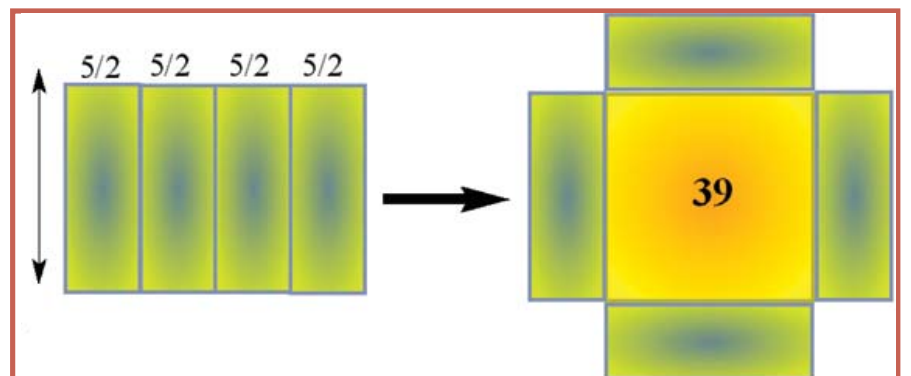
Si observamos la igualdad entre las áreas de las diferentes figuras en las que descompusimos el diagrama inicial, ya casi tenemos la solución.



Basta observar que el cuadrado naranja tiene de lado $5-x$ (5 menos el valor buscado). Es sencillo ver que x ha de valer 1.

LA SOLUCIÓN

Al-Khwarizmi utiliza hábiles métodos geométricos para encontrar la solución. Cada forma de ecuación requiere una técnica distinta para su solución. No se consideran las cantidades negativas. Recuerda que los negativos no llegarán hasta muy avanzado el siglo XVI

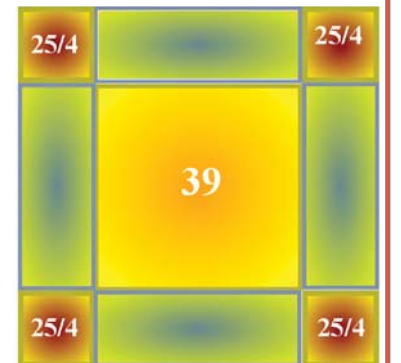


Dividimos el rectángulo en cuatro partes iguales manteniendo el lado de medida x . Se coloca alrededor del cuadrado cuyo lado desconocemos. La figura de la derecha debe tener por tanto un área de 39 unidades cuadradas (u^2).

PASO 2

Podemos completar la figura anterior con cuatro cuadrados de lado $5/2$. Así podemos poner:
 CUADRADO GRANDE = $39u^2 + 4$ CUADRADOS PEQUEÑOS
 CUADRADO PEQUEÑO = $(5/2) \times (5/2) = 25/4u^2$
 CUADRADO GRANDE = $39u^2 + 4 \times 25/4u^2 = 64u^2$
 entonces ya hemos completado el cuadrado y
 LADO CUADRADO GRANDE = 8 ($8 \times 8 = 64$)
 LADO CUADRADO GRANDE = $x + 5/2 + 5/2 = x + 5$.

SOLUCIÓN: $x = 3$

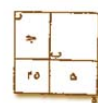


AL-JABR Y AL-MUQABALA

La principal obra de Al-Khwarizmi se titula **AL-MUJ-TASAR FI HISAB AL-JABR WA'L-MUQABALA**. Ambos términos son de difícil traducción y corresponden a los dos mecanismos que utiliza el autor para resolver las ecuaciones, y que se corresponden con las técnicas que hoy utilizamos nosotros. En sus páginas se estudian las soluciones de los seis tipos distintos de ecuaciones de segundo grado que él consideró.

PÁGINA DEL TEXTO DE AL-KHWARIZMI, **AL-MUJ-TASAR FI HISAB AL-JABR WA'L-MUQABALA**. FUE TRADUCIDO AL LATÍN POR ROBERTO DE CHESTER EN TOLEDO EN 1145

علي تسعة وثلاثين ليم السطح الذي يوصله ربه
 ذلكت كنه أربعة وسبعين فاجدنا جدرنا يوم لعامة يوم أحد
 انما السطح العظيم فانا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه وهو
 خمسة يني لثة وهو نيلع سطح آب الذي هو المال وهو جدرنا
 والمال تسعة وعشرون



وما مال واحد وعشرون فوجدا يعدل عشرة اجذاره فانا
 نجعل المال سطحا برعنا يسوي السطح وهو سطح آب ثم نضم
 اليه سطحا متوازي السطح برعنا مثل احد السطح سطح آب وهو
 سطح من السطح ديب فصار طول السطحين جميعا سطح جده
 وقد علمنا ان طول عشرة من العدد ان كل سطح مربع
 مساوي السطح والزوايا فان احد اضلاعهم متبروا في واحد جدر
 ذلكت السطح وفي السطح جذره فلما قال مال واحد وعشرون
 يعدل عشرة اجذاره علمنا ان طول سطح آب عشرة اعداد ان
 سطح جده جدر المال فقصنا سطح جده بمسكن على نملة

AL-JABR proviene de *jabr* que significa restaurar, insertar. Los médicos que reparaban los huesos se llamaban algebristas. En las ecuaciones se corresponde con lo que nosotros denominamos "pasar al otro miembro". Nuestra palabra **ÁLGEBRA** proviene de éste término.

$x^2 + 39 = 60$ se convierte en $x^2 = 60 - 39$ aplicando **al-jabr**.

MUQABALA significa comparación y se relaciona con nuestra técnica de "agrupar términos semejantes".

$x^2 + 7x + 2x = 60$ se convierte en $x^2 + 9x = 60$ aplicando **muqabala**.