

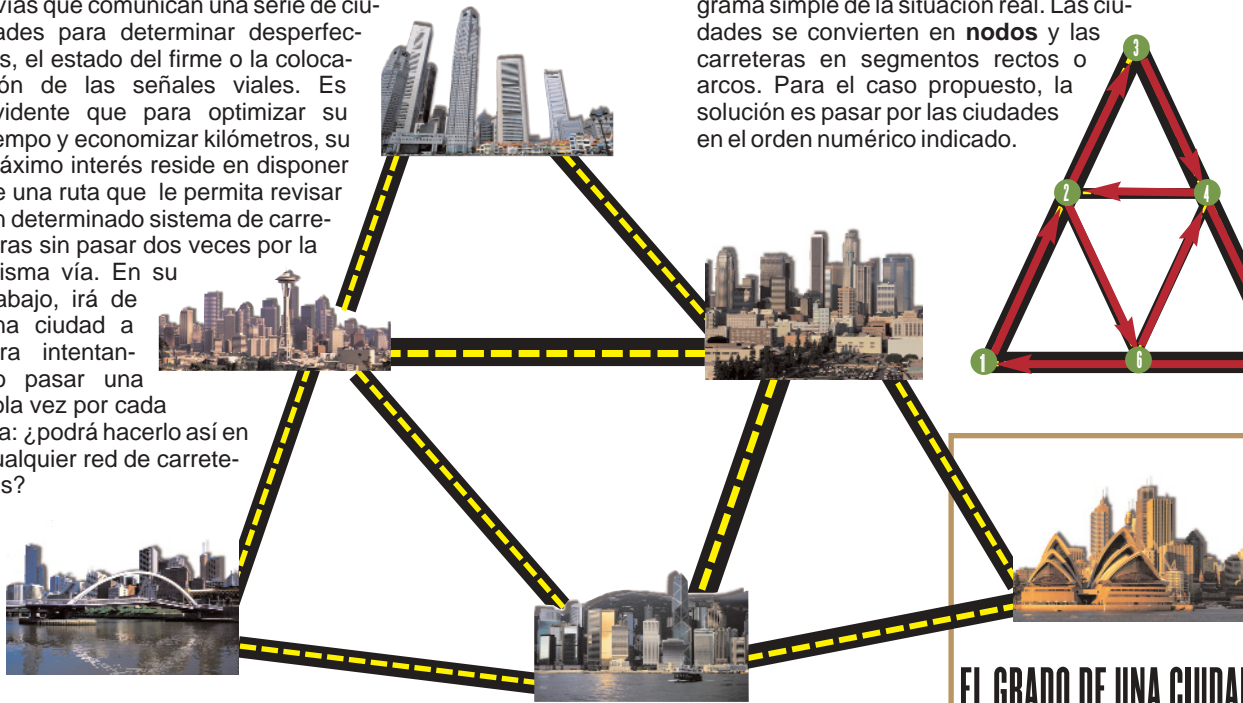
EL PROBLEMA DEL INSPECTOR DE RUTAS

En un artículo de 1726, el genial Leonhard Euler propuso -y resolvió- el primer problema topológico de la historia: el de 'Los puentes de Königsberg'. Aparentemente era un reto geométrico, pero él observó que las distancias no eran relevantes en él. Nació así la Topología, que es la 'geometría de posición' como la había bautizado Leibniz. La Teoría de Grafos es una parte esencial de ella y estudia los 'caminos' en una red. Es fundamental en el diseño de redes eléctricas, en el enrutamiento de Internet e incluso para la geometría de las moléculas.

por Lolita Brain

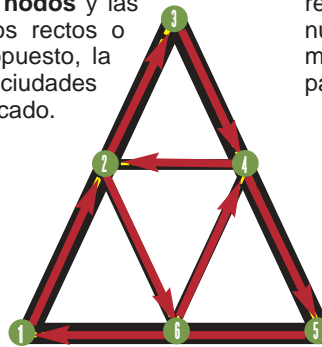
EL INSPECTOR DE CARRETERAS Y SU PROBLEMA

Imaginemos un inspector de carreteras cuyo trabajo consiste en viajar por las vías que comunican una serie de ciudades para determinar desperfectos, el estado del firme o la colocación de las señales viales. Es evidente que para optimizar su tiempo y economizar kilómetros, su máximo interés reside en disponer de una ruta que le permita revisar un determinado sistema de carreteras sin pasar dos veces por la misma vía. En su trabajo, irá de una ciudad a otra intentando pasar una sola vez por cada vía: ¿podrá hacerlo así en cualquier red de carreteras?



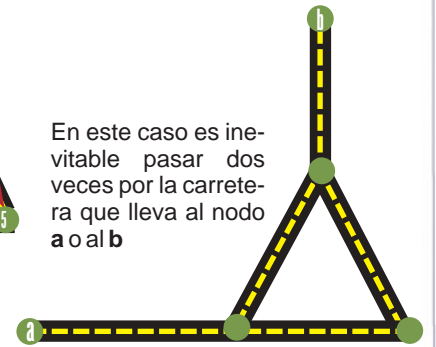
LA SOLUCIÓN

Para resolver este tipo de problemas, lo primero que hacemos es construir un diagrama simple de la situación real. Las ciudades se convierten en **nodos** y las carreteras en segmentos rectos o arcos. Para el caso propuesto, la solución es pasar por las ciudades en el orden numérico indicado.



NO SIEMPRE HAY UNA SOLUCIÓN

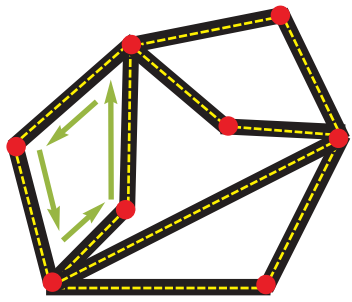
No todos los sistemas de carreteras tienen una solución a nuestro problema. Existen configuraciones de redes en las que obligatoriamente nuestro inspector deberá pasar al menos dos veces por un mismo tramo para realizar la inspección.



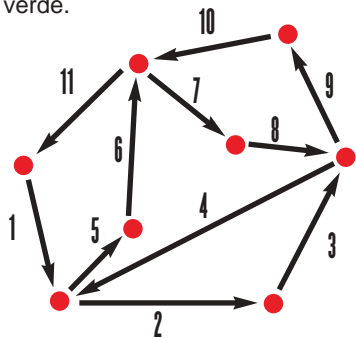
En este caso es inevitable pasar dos veces por la carretera que lleva al nodo a o b

CÓMO ENCONTRAR LA SOLUCIÓN GENERAL

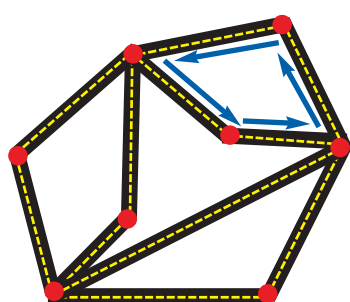
Busquemos una ruta que solucione el problema del inspector de carreteras para la siguiente red que tiene todas sus ciudades de grado par y por tanto solución.



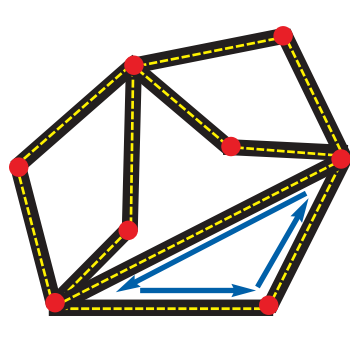
1 Comenzamos por cualquier ciudad y realizamos cualquier circuito. Por ejemplo el marcado en verde.



Una ruta solución es la marcada por la serie numérica.



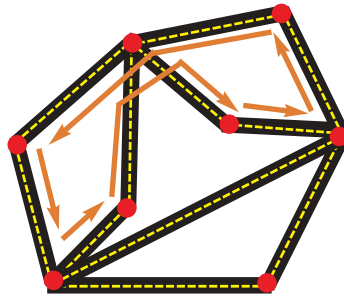
2 A partir de cualquier ciudad del camino anterior cubrimos otra parte del recorrido.



4 Repetimos el proceso anterior cubriendo un circuito por el que no hayamos pasado.

EL GRADO DE UNA CIUDAD

El grado de una ciudad, o de un nodo, es el número de caminos que llegan o salen de él. Así, el orden de la ciudad de la imagen es dos. Nos interesa distinguir si el grado de una ciudad de una red es par o impar. Esto va a determinar cuándo el problema del inspector de rutas tiene o no solución.



3 Estos dos caminos pueden unirse en uno solo que cubre parte del recorrido total.

ALGUNOS RESULTADOS IMPORTANTES

RESULTADO 1

Si una ciudad tiene grado impar, el inspector debe necesariamente comenzar o finalizar su trayecto en ella.

RESULTADO 2

Si hay más de dos ciudades de grado impar en una red, el problema del inspector **no tiene solución**.

RESULTADO 3

No puede existir una red de carreteras que tenga una sola ciudad de grado impar. Si tiene una, por lo menos existe otra.

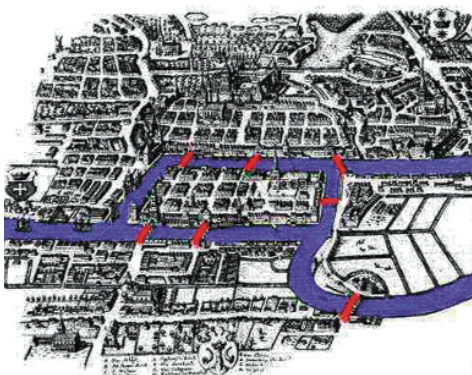
RESULTADO 4

Si una red de carreteras **no tiene ninguna ciudad de grado impar siempre hay una solución para el problema**. Además, el inspector puede comenzar por la ciudad que desee y terminará en ese mismo lugar.

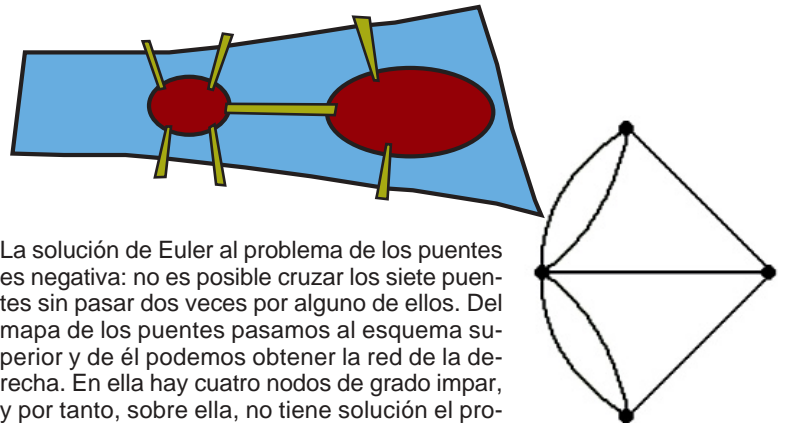
RESULTADO 5

Si una red tiene exactamente dos ciudades de grado impar, el problema del inspector tiene solución siempre que la ruta escogida comience en alguna de esas dos ciudades.

LOS PUENTES DE KÖNIGSBERG



La ciudad alemana de Königsberg es muy peculiar: tiene dos islas centrales sobre el río Pregel que se unen a tierra firme por siete puentes. El problema sugiere la siguiente pregunta: ¿es posible recorrer los siete puentes sin pasar dos veces por ninguno de ellos? A pesar de que la pregunta parece trivial, no lo es en absoluto. Euler observó que aunque parece un problema de geometría, no intervienen distancias, longitudes o medidas. Observó que lo importante era la relación existente entre los puntos y los caminos.



La solución de Euler al problema de los puentes es negativa: no es posible cruzar los siete puentes sin pasar dos veces por alguno de ellos. Del mapa de los puentes pasamos al esquema superior y de él podemos obtener la red de la derecha. En ella hay cuatro nodos de grado impar, y por tanto, sobre ella, no tiene solución el problema del inspector de carreteras.