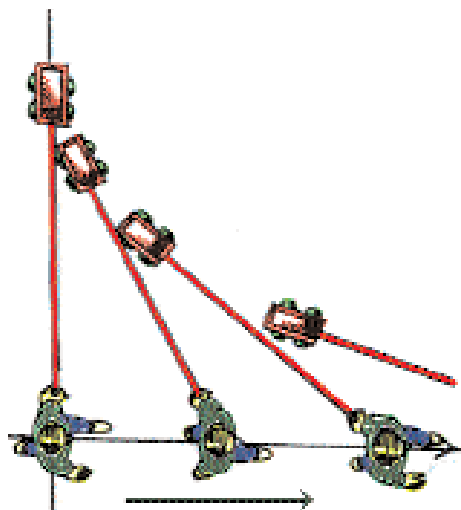


# TIRANDO DEL TREN SURGE UNA GEOMETRÍA

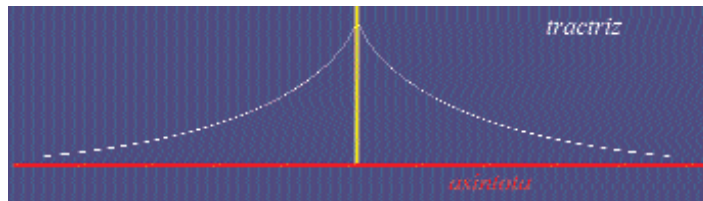
La pasada semana conocimos a la cicloide. Vimos que era una curva muy especial que se dibuja mecánicamente al moverse una rueda. Hoy te traemos otra importantísima curva que también se genera de un modo mecánico. Nació de la imaginación de Huygens en 1692, quien le puso de nombre tractriz o tractrix. Después, Leibniz y los Bernoulli siguieron estudiando sus propiedades en profundidad. A finales del siglo XIX, Beltrami encontró una aplicación insospechada de ella en la seudoesfera.

por Lolita Brain



## ASÍ SE GENERA LA TRACTRIZ

Un modo mecánico y sencillo de generar la tractriz es como sigue: si alguien tira de un tren de juguete al que lleva sujeto por una cadena tensa y comienza a caminar por el borde de una acera rectilínea, el trenecito de juguete se desplazará tal y como ves en el diagrama. El juguete dibujará una tractriz.



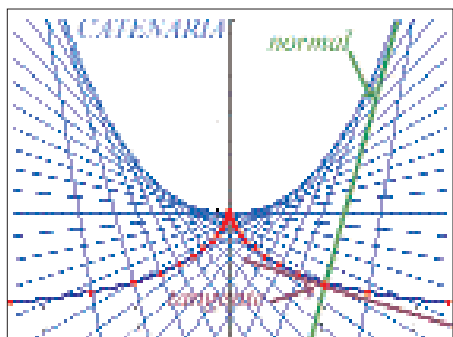
Esta es la imagen de la tractriz. Como ves tiene dos ramas, según el movimiento se realice hacia la izquierda o hacia la derecha. La línea roja se denomina asíntota de la tractriz, ya que la curva se aproxima a ella pero nunca llega a contactarla. En el caso del tren de juguete, la asíntota sería la acera por la que se desplaza la persona que tira de él. Esta curva se hizo famosa por el problema propuesto por Leibniz: ¿Cuál será la curva que dibuje un reloj de bolsillo sobre una mesa, cuando, manteniendo tensa su cadena, se desplaza el otro de sus extremos por una recta?



## TÚ TAMBIÉN PUEDES HACERLO

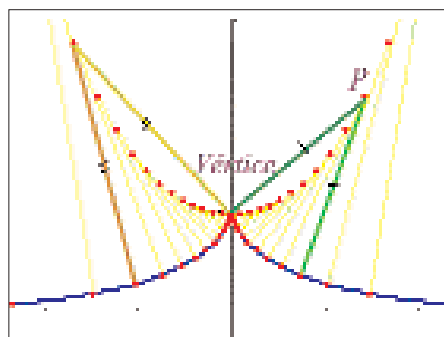
Si quieres dibujar mecánicamente una tractriz, sólo necesitas cinta adhesiva, una chincheta con cabeza grande, un bolígrafo, una tira de cartón con dos agujeros, uno en cada uno de sus extremos, y una hoja de papel (imagen 1). Coloca la hoja de papel en la que se dibujará la tractriz sobre una mesa, cuidando de ajustar sus bordes con la hoja. Sujétala a la mesa con cinta adhesiva. Coloca la tira de cartón perpendicularmente sobre el papel.

Pincha la chincheta en uno de sus agujeros e introduce el bolígrafo en el otro (imagen 2). Desliza suavemente la chincheta hacia la derecha sin permitir que se separe del borde de la mesa. Al hacerlo, no presiones con el bolígrafo, déjalo deslizar suavemente según mueves la chincheta (imagen 3). Conforme deslizas la chincheta, ésta arrastrará la tira de papel y el bolígrafo dibujará en la hoja una tractriz (imagen 4).



## LA TRACTRIZ Y LA CATENARIA

La catenaria y la tractriz están íntimamente ligadas. Se dice que la tractriz es la evolvente de la catenaria: si en cada punto de la tractriz trazas su tangente y una recta perpendicular a ella, la llamada normal, la curva que envuelve esas normales es



una catenaria. Al revés, si por cada punto P de la catenaria trazas su tangente y sobre ella llevas la distancia que separa a P del vértice de la catenaria -el extremo inferior-, se traza una tractriz, que es la involuta de la catenaria.



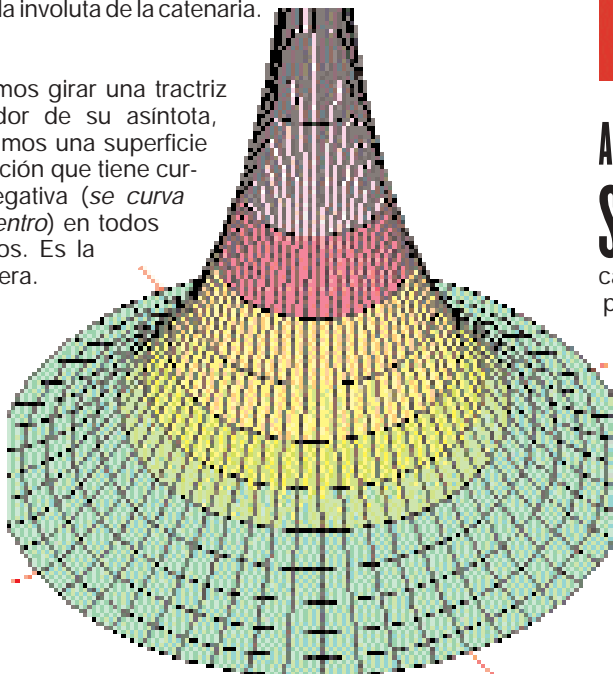
## LA SEUDOESFERA DE BELTRAMI

Desde que Lobachevski demostrara que la Geometría Euclídea, en la que la suma de los ángulos de un triángulo es de 180°, no era la única posible, sino que perfectamente podía existir la Geometría Hiperbólica en la que los tres ángulos de un triángulo suman menos de 180°, los matemáticos se pusieron a buscar modelos reales en los que la nueva geometría 'funcionara'. No fue un camino fácil. El italiano Beltrami encontró, en 1868, que la seudoesfera era un espacio para la geometría hiperbólica. Más tarde, Klein encontró otro modelo.



EUGENIO BELTRAMI (1835-1900)

Si hacemos girar una tractriz alrededor de su asíntota, obtenemos una superficie de revolución que tiene curvatura negativa (se curva hacia adentro) en todos sus puntos. Es la seudoesfera.



## AL CORTAR UNA CADENA

Si colgamos una cadena por sus extremos, la forma que adopta es de una catenaria. Cortando la cadena por el punto inferior, su punto medio, el extremo de cada brazo de la misma dibujará precisamente una tractriz. Ello se produce porque la tractriz es la evolvente de la catenaria. La asíntota de la tractriz es por tanto la máxima altura que la cadena no alcanza cuando se corta.